

複雑系の数理解析研究グループ



応用解析学講座

教授 磯 祐介, 教授 木上 淳, 准教授 日野 正訓, 講師 久保 雅義,
 講師 若野 功, 助教 藤原 宏志, COE 研究員・特任助教 東森 信就,
 COE 研究員・京都大学名誉教授 西田 吾郎,
 COE 研究員・名古屋大学名誉教授 三井 斌友
 [九州大学学術研究員 安部 公輔]

1. はじめに

「応用数学」は純粋数学で得られた数学的な結果を適用・応用して物理や工学の問題を解くだけのものではなく、むしろ緒現象の理解と解析を念頭におきながら新しい数学を創造する分野である。我々は、自然や社会の諸現象を理解・記述するために微分方程式・確率過程・格子モデル・フラクタル等を利用した「数理モデル」を作り、そのモデルの数学的・数値的な解析を通して現象理解を行っている。応用数学とは、このように現象と接点を持つ数理モデルの研究を通して、「新しい数学を創造する」ことを目的とする数学の分野である。

本講座ではこの応用数学の中でも、解析学に重点をおいている。そこでは従来の微分方程式や数値解析および確率論等に加え、近年新たな数学対象として脚光を集めているフラクタルも含めた広い意味での解析学に重点をおいた「応用解析学」の発展を目指し、これまでの解析学に対する深い理解を前提に新しい解析学の創造を目指している。

人材育成としては、各院生の興味と適性に沿った指導に努め、教授・准教授・講師・助教・特任助教が協力して講座での指導を行っている。すなわち、教授・准教授は修士課程・博士課程の院生に対して討論を中心とした個別指導の形で研究指導を行ない、さらに講師・助教・COE 研究員もそこでの討論に加わって教育内容を深めている。特に平成 19 年度は博士後期課程院生との討論を充実させるため、ヴェテラン研究者を COE 研究員として採用している。このように理論系分野として、我が国の基礎科学を支える優れた若手研究者の育成を目指す一方、企業の数理解析の分野で我が国をリードする人材を育成するよう、専門的な内容の深まりと広い視野の涵養を目指した教育を行なっている。

また理論系の学問を追求する講座として、学問・真理の前ではすべての研究者は平等という考え方で研究・教育の講座運営を行っている。したがって、研究面では教員・研究員・大学院生が相互に尊敬し合う環境作りに努め、基本的には各自が独立してその責任の下で研究活動を行うことを前提としている。

2. 具体的な研究内容

2.1 研究概要

フラクタル解析、確率論、確率解析、応用逆問題、微分方程式の数値解析、非線型問題等について、個人研究あるいは講座内外(外国を含む)との研究者との少人数共同研究を行なっている。各自の研究内容は以下の通りである。

- 木上 淳(教授) フラクタル解析、フラクタル幾何学、力学系理論、非線型問題解析
- 磯 祐介(教授) 応用逆問題、非適切問題の数値解析、逆問題解析
- 日野 正訓(准教授) 無限次元空間上の確率解析、フラクタル解析
- 若野 功(講師) 破壊力学の数理解析、微分方程式の数値解析
- 久保 雅義(講師) 脳モデルの数理解析
- 藤原 宏志(助教) 高速多倍長数数値計算環境の開発、非適切問題の数値解析
- 東森 信就(研究員・特任助教) 応用逆問題、逆問題の数学解析
- 西田 吾郎(COE 研究員) 位相幾何学、ホモトピー論
- 三井 斌友(COE 研究員) 数値解析学、確率微分方程式の数値計算

2.2 平成 15 年度から平成 19 年度の主な成果

(1) フラクタル解析と確率論

フラクタルのような複雑な集合の上に自然な確率過程を構成してその性質を調べることは、フラクタル解析においても確率論の基礎理論においても重要かつ基本的な問題である。また距離空間における測地線的距離の存在は、対象の幾何学的性質を知る上で興味ある問題である。木上は自己相似集合上での自己相似的な測地線的距離の存在について必要条件および十分条件を与え、この測地線的な距離のもとで、ある条件下では Li-Yau 型の熱核の評価が得られることを示した。また調和シルピンスキーガスケットの概念を導入し、そこで定義した測地線的距離が楠岡によって定義された測度論的リーマン構造から定義される測地線的距離と同値であることを示した。これらの成果により、平成 17 年度には日本数学会解析学賞を受賞した。

次に確率論の基礎的研究では、対称局所 Dirichlet 形式に付随する Markov 半群の短時間漸近挙動の研究を行ない、日野は大学院生と Ramírez らとの共同研究により、一般的な枠組みでの Varadhan 型評価を証明した。続いて Riesz の表現定理の無限次元化に取り組み、抽象 Wiener 空間上の有界変動関数について理論を進め、確率解析に対しての新しい方法論を提案した。さらにフラクタル上でのエネルギー測度の特異性を示す手法を提案し、これを用いてあるフラクタル上での標準的拡散過程の研究を行ない、未解決問題の回答を与えた。

(2) 多倍長数値計算と非適切問題の数値解析

多倍長数値計算を利用した逆問題の数値計算や、悪条件 (ill-conditioned) 問題の数値計算は、国内外においてこの近年増えている。本研究では多倍長数値計算環境の非適切問題の数値計算への適用を理論と数値実験から検証することに加え、藤原によって高速な多倍長数値計算環境 exlib の設計・実装が行なわれた。藤原の開発研究面では、この環境が多くの計算力学の研究者に利用されることを目指し、C++ 言語のインターフェースに加えて大型計算機で作動する Fortran90 のインターフェースの設計と実装も行なわれている。さらに、特殊関数の組み込み化も図られており、GNU プロジェクトから派生した The G95 Project によってもこの多倍長数値計算環境は広く世界に紹介されている。また、磯と藤原は調和接続や解析接続といった非適切問題の数値解析をこの環境を利用して行ない、他大学研究者との共同研究により、この計算環境におけるスペクトル法を利用した離散化の有効性を示した。ごく最近には斎藤三郎他と Laplace 逆変換の real inversion formula についての共同研究を行ない、多倍長数値計算環境の有用な適用の基礎研究で成果をあげた。

(3) 応用解析学

破壊力学は材料工学における重要な問題であるが、数学的には微分方程式の解の特異性解析に帰着される。若野は平面弾性体に曲線亀裂がある場合の応力拡大係数の定義づけに係る基礎的な研究を行ない、等方弾性体については Irwin による直線亀裂の研究がそのまま曲線亀裂の場合に拡張されることを数学解析によって証明し、その解析に基づく精度の高い数値計算スキームの提案を行なった。この成果により平成 16 年度に応用数理学会から論文賞を受けた。

久保は安部公輔 (平成 18 年度 COE 研究員) および博士後期課程院生と共同研究を行ない、脳の数理解析の基礎となる複数の神経細胞の間の情報伝達の研究を行なった。久保らは大脳皮質の神経膜電位の挙動の複雑さに目をつけ、確率微分方程式を用いた問題の定式化を行ない、さらに安部はこの確率微分方程式の係数決定問題を無限次元空間の推定問題として研究を行なって成果を挙げた。また、ナノメートルレベルの議論として、細胞膜上に分布するイオンチャネルの開閉の確率的挙動を考慮したモデルの解析も行ない、外部入力信号との確率共鳴現象についても知見を得た。

東森は弾性体の亀裂同定逆問題の数学解析の研究を行ない、数学面では Hadamard の三円定理の弾性方程式系への拡張に成功し、それによって逆問題の解の一意性を証明した。さらに Magnetic Resonance Elastography と関わる医学上の応用逆問題の研究も行なった。

複雑系力学講座 非線形力学分野

教授 船越 満明, 准教授 田中 泰明, 助教 金子 豊

1. はじめに

本分野では、計算機シミュレーションと理論的解析を用いて、流体系、多粒子系、構造システム、結合振動子系などの非線形力学系の示す複雑な挙動の解明とその利用・制御をめざす研究を行っている。また人材育成の面においては、対象とする人工物や自然界の示す複雑な挙動を的確にモデル化し、それを解くことによって挙動の本質を理解し問題を解決していく、という能力に優れた高いレベルの研究者や技術者を育成している。また、国際研究集会での研究発表や英語での修士論文の執筆などの指導を通して、国際的感覚をもつ人材の育成に努めている。

2. 具体的な研究内容

2.1 研究概要

非線形力学、流体力学、力学システムのカオスと分岐、応用確率論、リスク解析、信頼性解析、計算物理学、統計力学、電気的析出等のテーマについて、個人研究あるいは分野内外の研究者との少人数共同研究を行なっている。各自の研究内容は以下の通りである。

- 船越 満明 (教授) 非線形力学、流体力学、力学システムのカオスと分岐
- 田中 泰明 (准教授) 応用確率論、リスク解析、信頼性解析
- 金子 豊 (助教) 計算物理学、統計力学、電気的析出

2.2 平成 15 年度から平成 19 年度の主な成果

(1) 流体のカオス運動による流体混合の効率化

船越は、流体の各微小部分がカオス運動をするような速度場を与えることによって流体の効率的な混合を目指す「カオス混合」に関する研究を行い、高粘度流体の混合やマイクロサイズでの流体混合のための装置を設計する上で指針となるいくつかの結果を得ると同時に、混合効率の定量化に使えるいくつかの量を提案することができた。具体的には、回転円筒の内部に2種類の平板を互いに一定の角度で交差するように軸方向に周期的に並べた混合装置である Partitioned -pipe mixer (PPM) における、流体の微小部分のカオス運動による混合の効率化と混合過程について調べた。その結果、2種類の平板の長さの比や交差角を変えることによって、混合効率を上げることが可能であるという結果を得た。また、 n 周期以内にいずれかの平板の前端に到達するような流体の初期位置の集合である分離曲線 $U(n)$ を計算し、 $U(n)$ の分布密度に基づいて混合効率の定量化を行うことが可能であることを示した。そして、 $U(n)$ が密に分布する領域が広い場合には n 周期での混合の効率が良いことを示した。また、流れによる流体の微小線要素の伸長率を計算することにより、分離曲線の近くを出発した流体要素の受ける強い引き伸ばしが、PPM における高い混合効率に大きく寄与していることを示した。さらに、PPM の軸方向の圧力勾配の増加に伴う速度場の変化とそれに伴う混合効率の変化を調べ、速度場の対称性が混合効率に大きく影響することを明らかにすると同時に、この対称性の程度を定量化した指標が混合効率の指標として使えることを示した。また船越は、これまでに自らが行ったカオス混合の研究、および国内外におけるカオス混合研究のこれまでの進展を包括的に検討して、今後解決すべき問題を示す解説論文を

執筆し、この論文は近日中に Fluid Dynamics Research 誌に掲載されることが決定している。

(2)確率力学系の解析手法の発展と実用的諸問題への応用

近年、様々な工業技術の社会的成熟度が増してきたことにより、システムの破壊・故障など、確定的な予測が困難な事象の発生頻度を非常に微小な値に抑えることの重要性が増してきており、確率力学系の解の挙動に関して、極めて稀にしか発生しない事象の生起確率を高精度で推定する必要が生じて生きている。そこで田中は、確率測度変換法を用いて、超微小確率を精度よく推定するための、高速モンテカルロ法の開発を行い、様々なタイプの雑音が駆動する系に適用し得るように改良を重ねた。いくつかの数値例を通じて、本提案法が、通常のモンテカルロ法では事実上推定が困難な超微小確率を、精度よく推定できることを示した。また、耐震信頼性評価問題、リスク解析などの諸分野に、確率力学系の理論を応用し、様々なモデル化を行なうと共に、本研究で開発した高速モンテカルロ法を適用し、その有効性を示した。さらに、確率制御理論を、保険会社のリスク管理方策の選定問題に適用し得ることも明らかにした。平成 15 年度～平成 19 年度の研究において、田中は高速モンテカルロ法の基礎を与える理論的基盤の整備、耐震信頼性評価への高速モンテカルロ法の適用、広い意味のリアルオプション、特に近年わが国において重要性を増してきている天候デリバティブの評価モデルへの応用、確率制御理論の保険理論への応用、不動産担保証券によるリスクヘッジ問題への確率力学系理論の応用、などについて研究を行った。基礎的理論の整備においては、従来の枠組みを拡張し、レヴィ過程で記述される雑音に対応し得るスキームの構築に繋がる確率測度変換の構築の基礎を与え、様々な応用的研究については、システム雑音の一般化を活用した新しい解析モデルの構築、ならびに、確率測度変換法の応用による微小確率の定量評価による様々なリスク尺度の定量評価を行なった。

(3)その他

電気銅めっきによるダマシン法は、従来のアルミの真空蒸着法に変わる新しい LSI 配線形成法として注目されている。この方法では、配線の溝を空孔の生成を防いでいかに完全に埋めるかが問題であり、添加剤による成長表面の制御が重要な課題となっている。金子は、空孔生成を含む結晶生成モデル (Solid-by-Solid モデル) に 4 種類の添加剤を導入し、動的モンテカルロシミュレーションにより、埋め込み性の研究を行った。その結果、平滑剤が孔 (溝) の上部に分布して成長を抑えること、および、塩化物イオン (Cl^-) と抑制剤、促進剤の相互作用の強さの違いが埋め込み性の向上に重要であることが示された。このモデルを用いれば、与えられた溝を完全に埋め込む添加剤の条件を探索することが可能であると期待される。また、添加剤のよりミクロな作用を調べる目的で、分子動力学法とモンテカルロ法のハイブリッド法により、表面形態に対する抑制剤の効果の解析を行った。その結果、抑制剤は基板との相互作用が弱い場合でも平滑作用があることが示された。

また、液体のシート状の流れの安定性の問題は、液体スプレーの形成や液体シートによる遮蔽などの観点から重要であるが、船越は、非粘性流体からなる 2 層の中空円環形液体シートを考え、薄膜近似の方法を適用することによって、この液体シートの安定性を詳細に調べた。その結果、1 層の中空円環形液体シートの場合と異なり、2 つの液体の密度の比などのパラメータの値によっては、0 でない有限波数の攪乱に対して最も不安定になることがわかった。また、この液体シートの非線形時間発展をさまざまなパラメータの値について数値的に計算することにより、シートの内側が中心軸に近づいて崩壊したり、外側のシートの厚さが 0 になって崩壊したり、外側の層の変位が局所的に急激に増大することによって崩壊したり、多様な崩壊挙動を示すことが明らかにされた。以上の結果の中の安定性に関する部分については、既に Journal of the Physical Society of Japan に投稿済みである。

複雑系力学講座 複雑系数理分野

教授 藤坂 博一 (H19.8 逝去), 講師 宮崎 修次, 助教 筒 広樹

[JSPS 研究員 藤原 直哉, 同志社大学准教授 大内 克哉]

本研究分野では、近年大きく発達しつつある非線形科学および非平衡科学の観点からさまざまな複雑現象を可能な限り統一的に捉えることを目指している。

1. 非線形系における位相記述 [1]

非線形系の挙動を理解するための一つの方法に、位相記述と呼ばれる手法がある。系に遅い変動スケールの自由度 (位相) があるとき、その位相だけでダイナミクスを記述する手法である。この手法は、本質的な自由度を抽出するだけでなく、そこにある普遍構造も知ることができる。本研究では、位相記述に関して以下の成果を挙げた。**非局所振動場に対する位相縮約法** 位相縮約法は摂動論に基づいて位相記述を得る一つの手法であるが、縮約手続きが複雑であり、実際に実行するのに困難が多い。非局所な相互作用を持つ系に位相縮約法を適用し、初めてその高次まで展開した位相記述を得た。これによって、今後非局所系の位相乱流の性質が明らかになるであろう。**振幅を繰り込んだ位相記述** 振動場において振幅の自由度を位相に繰り込むことで、振幅自由度が効くときにでも記述可能な位相ダイナミクスを構成した。これまで、その振幅のふるまいは位相だけでは記述できないとされてきた。しかし、その常識を覆すこの成果は、振動場の理解に新たな視点を与えたと言える。**カオス位相同期** 周期性の強いカオスにはその振動成分を記述する位相を定義でき、他の自由度 (振幅) はカオス的にふるまう。カオス位相同期 (CPS) はカオスの位相が同期する現象である。CPS の破れに伴って起こる位相拡散の臨界ふるまいを見出し、また CPS の本質を抜き出した標準的な写像モデルの提案を行った。さらに、振幅のカオス揺らぎを確率過程にモデル化することで、CPS の臨界ふるまいが再現できることを示し、CPS の位相ダイナミクスをリターンマップを用いて抽出することで、CPS の新たな臨界ふるまいを見出した。

2. 外力に駆動される非線形力学系の解析と制御

2.1 動的相転移とパターンダイナミクス [2] 周期的および確率的な外力下での動的相転移と、関連して発生する空間パターンの動力学は、本研究室の重要なテーマの一つである。動的相転移とは、臨界温度以下の強磁性体に周期磁場を印加した際に、磁化応答の時間振動の対称性の破れが観測される現象で、近年ではジョセフソン接合系や化学反応においても報告されている。工学的にも、磁気メモリデバイス的高速化や化学反応の効率化などの問題において、動的相転移を考慮する必要がある。強い外力による決定論的效果が動的相転移の本質であり、決定論的な非線形モデルによる記述が有効である。ギンツブルグ-ランダウモデルに基づいて周期外力下での動的相転移を解析し、動的相転移においてカオス振動を初めて見出した。また、外力が確率的な時間変動を示す場合にも動的相転移に類似の現象が観測され、転移点近傍での臨界ふるまいの解析を行った。動的相転移を示す素子を空間的に分布させ、拡散的に結合すると、空間パターンが外力に駆動されて振動する。空間一様解が周期振動を示す際にドメイン壁構造が観測し、制御変数を変化させることでドメイン壁構造転移が発生することを示し、複数のドメイン壁間の相互作用を解析した。また、磁性体の双極子相互作用を念頭に置き、有限波数に不安定をもつ系でもパターンの周期外力への応答について研究を行った。確率的な外力に駆動されるドメイン壁の動的性質について、ドメインサイズ分布の解析を行い、理論的にドメイン壁の消滅過程を説明した。

2.2 磁性的秩序を制御するための時間遅れフィードバック法の研究 [3] 不安定周期軌道を安定化する方法として、時間遅れフィードバックを用いた制御法があり、機械系、レーザー系のカオス状態の安定化や生体系のリズムの制御といった様々な応用が提案されている。この研究では、時間遅れフィードバックの方法を磁性体に用いて、磁性的秩序や異なる磁性状態間の遷移を制御するための研究を行っている。基本的な仕組みは、まず周期外力によって目標となる不安定な周期状態を生成し、時間遅れフィードバックを用いて、その不安定な周期状態を安定化するというもの

のである。このような方法は、新奇な計測手段の開発や、将来の技術開発にも役立つものと考えられる。研究の目的は、このような制御法の安定性条件や、熱揺らぎがある場合の安定性をできるだけ単純化したモデルを用いて調べることである。一自由度の双安定系に周期外力が加えられた系において、対称な不安定周期軌道を安定化するための時間遅れフィードバック法を考察した。この研究では、従来型の方法を拡張した方法を提案し、その安定条件を調べた。更に、微粒子磁性体を想定したモデルを考えて、フィードバックを用いて、Ising 的状态と XY 的な対称性もつ状態の間の遷移を制御できることを示した。また、1次元の空間自由度がある場合の制御条件および、安定性が破れた場合の様々な状態の動力学について調べた。

3. 射影演算子法・大偏差統計解析の新たな展開 [4]

大偏差統計解析をレベルダイナミクスの形式で記述した。また、グラフ・ネットワーク解析への応用を行った。更に、森肇の射影演算子法の新たな近似法として、射影する空間を拡張することで、力学量の時間相関をとりこみ、森の一般化ランジュバン方程式の記憶項を無視し、力学量の時間相関関数を連分数展開法と比してはるかに容易に求める手法を提案した。また、カオス的なアトラクタに埋め込まれた不安定周期軌道を用いて、カオス的に変動する力学量の時間相関関数を決定する方法を研究した。

参考文献

- [1] Tsukamoto, Fujisaka and Ouchi, Derivation of Phase Dynamics in Non-Locally Distributed Systems with Periodic Structures in Either Space or Time, *Prog. Theor. Phys.*, **116**, (2007), 669. Tsukamoto, Fujisaka and Ouchi, Renormalized phase dynamics in oscillatory media, *Phys. Rev. Lett.*, **99**, (2007), 134102. Fujisaka, Yamada, Kinoshita and Kono, Chaotic Phase Synchronization and Phase Diffusion, *Physica D*, **205**, (2005), 41. Fujisaka, Uchiyama and Horita, Mapping Model of Chaotic Phase Synchronization, *Prog. Theor. Phys.*, **114**, (2005), 289. Horita, Yamada and Fujisaka, Noisy Sine-Circle Map as a Model of Chaotic Phase Synchronization, *Prog. Theor. Phys. Suppl.*, **161**, (2006), 199. Tsukamoto and Fujisaka, Return map analysis of chaotic phase synchronization, *Physica D*, **233**, (2007), 32.
- [2] Fujiwara, Kobayashi and Fujisaka, Dynamic Phase Transition in a Rotating External Field, *Phys. Rev. E* **75**, (2007) 026202. Ouchi, Horita and Fujisaka, Critical Dynamics of Phase Transition Driven by Dichotomous Markov Noise, *Phys. Rev. E* **74**, (2006) 031106. Fujiwara, Tutu and Fujisaka, Magnetic Walls in the Anisotropic XY-Spin System in an Oscillating Magnetic Field, *Phys. Rev. E*, **70**, (2004) 066132. Ouchi, Tsukamoto, Horita, and Fujisaka, Domain-size statistics in the time-dependent Ginzburg-Landau equation driven by a dichotomous Markov noise, *Phys. Rev. E*, **76**, (2007) 041129.
- [3] Tutu and Mitani, Instabilities in a One-Dimensional Driven Bistable System under Delayed Feedback Control, *Prog. Theor. Phys.*, **117** (2007) 993. Tutu, Time-Delayed Feedback Method to Control Magnetic Orientation Dynamics in a Driven Anisotropic Nanoparticle System, *Prog. Theor. Phys.*, **116** (2006) 1005. Tutu, Time-Delayed Feedback Control Method for Dynamical Symmetry Breaking in a Periodically Driven Bistable System, *Prog. Theor. Phys.*, **114** (2005) 953.
- [4] Fujisaka and Yamada, Level Dynamics Approach to the Large Deviation Statistical Characteristic Function, *Phys. Rev. E*, **75** (2007) 031116. Miyazaki, Gibbs measures for the network, Springer series “Studies in Computational Intelligence” **56**, (2007) 129. Kobayashi and Fujisaka, Determination of Chaotic Dynamical Correlations in terms of Unstable Periodic Orbits, *Prog. Theor. Phys.* **115** (2006) 701. Kobayashi, Fujisaka, and Miyazaki, Periodic-orbit determination of dynamical correlations in stochastic processes, *Phys. Rev. E*, **76** (2007) 046205.

複雑系構成論講座 複雑系基礎論分野

教授 西村 直志, 講師 青柳 富誌生, 助教 原田 健自

[京都大学名誉教授 野木 達夫]

1. はじめに

数値シミュレーションは、理工学の種々の問題を解決する有力な手段であり、中でも、工学に関わる力学現象を解明しようとする計算力学は、理論・実験力学と並ぶ強力な手法である。複雑系構成論講座 複雑系基礎論分野では計算力学の手法のうち、特に波動や破壊現象の解析に有利な境界積分方程式法を開発しており、巨大問題の高速解法を中心に研究を行っている。さらに、多数のニューロンが互いに協力することで学習、記憶、認識、知覚といった情報処理を実現している脳の高次機能を理解する計算論的神経科学や、量子効果に起因する秩序の解明を中心に物性物理学における数値計算的アプローチの深化と応用などの研究を行っている。以下では、平成15-19年度の最も重要な研究成果について概観する。

2. 平成15-19年度の重要な研究成果

2.1 周期高速多重極法の研究 工学に現れる力学の問題は、通常非常に大規模かつ複雑であり、コンピュータシミュレーションに基づく計算力学の重要性が高まっている。これまで、計算力学の代表的な手法の一つである境界要素法の大規模問題への適用、特に高速多重極法の研究に取り組んできた。高速多重極法は従来の境界要素法が未知数の数が N の問題において、 $O(N^2)$ の算法であったのに対して、これを $O(N(\log N)^\alpha)$ ($\alpha \geq 0$) 程度にまで減少させる画期的な方法である。

西村が当COEに参加した平成17年度以後の重要な研究内容として、周期多重極法の研究を挙げることが出来る。周期多重極法は周期境界条件を課した場合の多重極法であって、Laplace方程式などの静的問題と、Helmholtz方程式などの動的問題では取扱が大きく異なる。

静的問題においては周期境界条件を満たすGreen関数が存在せず、先行研究は発散級数を含むなどの問題点を有していた。本研究ではWeierstrassの楕円関数にヒントを得て、絶対収束する解の積分表示を得、これに基づいて周期多重極法を展開した。得られた手法を2次元Laplace方程式、及び3次元静弾性問題に適用し、均質化法と結合して複合材料の理論への応用を行なった。特に、3次元弾性問題においては、カーボンナノチューブ複合材料の巨視的な弾性定数の決定を行ない、従来の近似理論では取扱い得ないような高密度の場合にも良好な解を得ることが出来た。本研究の内容に関して西村はいくつかの招待講演を行っており、主要な研究成果を[1, 2]などにおいて発表している。

一方、電磁気学や光学において多数の重要な応用を有するにも関わらず、ほとんど先行研究の存在しないHelmholtz方程式系の周期多重極法についても研究を行なった。Helmholtz方程式では、周期境界条件を満たすGreen関数が存在するので、積分方程式やその多重極展開などを得ることは比較的容易である。しかし、定義通りに計算したのでは極端に収束の遅い級数が現れるなど、計算技術的には非常に困難な問題である。本研究では、まず、最も基本的な2次元1周期問題において、これらの問題点をFourier解析を用いて解決し、フォトニック結晶の理論などで良く知られているストップバンド、局在モードなどに似た現象などを捉えることが出来た。この研究成果は[3]に発表した。次に理論上も実用上も極めて興味深い3次元Maxwell方程式の2周期問題に理論を拡張し、フォトニック結晶、グレーティング、光学機器など、種々の応用問題を解析した。この研究結果は[4]に発表した他、現在外国誌にも投稿中である。波動問題の周期境界値問題は種々のアノマリを伴う物理的にも極めて興味深い研究対象であり、現在も、周期領域における非周期境界値問題の解法の開発に向けて引続き研究を行なっている。

なお、西村は上記を含む一連の高速多重極法の研究に対して、平成19年9月11日に土木学会応用力学委員会より「小林メダル」を受賞した。

2.2 神経ネットワークのアトラクター遷移現象とスパイク相関の機能的役割 発火の相関が視覚刺激の情報統合や注意の切り替え等の高次機能に重要な役割を果たしている可能性が示されているが、現時点で系統的な数理モデルの研究は十分とは言えない状況であった。その点を解明すべく、発火相関の神経ネットワークにおけるスパイクの相関（同期現象）について数理モデルによる研究を行った [5, 6]。特に、現時点で系統的な数理モデルの研究があまりない、発火相関の機能的役割に焦点を当て研究を進めて来た。その結果、STDP学習を行う神経ネットワークを理論および数値計算により解析した結果、一時的な一様同期入力をネットワークに加えると学習時に見せたパターンの順番に従いアトラクターの遷移が起こる *Synchrony induced switching behavior* が見られた [7]。これは力学的には、非同期的入力の際のアトラクター間にある学習時に獲得した弱い因果関係を反映した遷移のルートが、同期的入力を受けることで活性化したものと解釈できる。さらに、同期入力のタイミングに応じて遷移先を複数のパターンにすることも可能であった。このことから、*Synchrony induced switching behavior* は文脈依存で行動を学習する場合の神経基盤となり得るメカニズムである。上記はネットワーク全体に一様同期入力を入れた結果であるが、抑制/興奮ニューロンに別の時間的構造を課した場合や、より一般的な時空間パターンの場合に関しても研究を行っている。

上記の結果は、ある特定の一定スケールの同期発火やスパイクのコヒーレンスが、神経活動の機能、例えば状況の変化に対する内部状態の変化や行動発現などに重要な可能性を示唆している。そこで、次に実データを用いてその可能性を探った [8]。具体的なデータとして、ネズミに条件付け弁別課題を学習させ、その後課題遂行中の海馬CA1から記録したマルチスパイクデータを用いた。ネズミは提示刺激に応じて、左右のいずれかの窪みへ鼻を入れることで、正答であれば報酬の餌が与えられる。スパイクの時空間パターンの類似度を適切に反映させてデータ処理を行うため、時間軸方向が多少伸縮しても同一のパターンと見なすようにし、かつ途中にスパイクが抜けたり加わったりしても、それが少数であれば近いパターンと見なすという2点を考慮したカーネル法を採用した。その結果、例えばカーネルを用いたい *k* means clustering 法を用いた結果、適切な時間スケールを取った際に、ネズミが左右どちらを選ぶのかを比較的高精度で予想ができる場合があった。一方、例えば平均発火率コードに対応するようなスパイク相関を見ない極限に対応する場合は正答率は低かった。この結果は、脳の情報表現において、適切な時間スケールの同時計測したスパイクパターンが重要であることを示唆しており興味深い。

以上の結果は、神経活動のスパイクの相関が機能的に重要であることを示しており、神経活動の情報表現を解明し、工学や医療などの分野にも役立つ有用な結果であると考えている。なお、この研究は、COE経費からの幅広い分野の人材の雇用による共同研究により行われた。

参考文献

- [1] K. Houzaki, N. Nishimura and Y. Otani, In; *Multi-Scale Analysis and Effective Medium Theory, Contemporary Mathematics* 408 (Eds. H. Ammari and H. Kang), (2006), 81–98, AMS, Providence.
- [2] Y. Otani and N. Nishimura, *Int. J. Multiscale Comp. Eng.*, **4** (2006), 487–500.
- [3] Y. Otani and N. Nishimura, *Int. J. Num. Meth. Eng.*, DOI: 10.1002/nme.2077 (2007).
- [4] 大谷佳広・西村直志, *応用力学論文集*, **10** (2007), 211–216.
- [5] T. Takekawa, T. Aoyagi, T. Fukai, *Network:Computation in Neural Systems*, **15** (2004), 1–12.
- [6] 青柳富誌生, *システム/制御/情報*, **49** (2005), 482–487.
- [7] T. Aoki and T. Aoyagi, *Neural Computation*, **19** (2007), 2720–2738.
- [8] M. Nomura, Y. Sakurai and T. Aoyagi, *Journal of Robotics and Mechatronics*, **19** (2007), 364–368.

複雑系構成論講座 知能化システム分野

教授 山本 裕, 准教授 藤岡 久也, 助教 永原 正章

1. はじめに: 制御と信号処理 — 技術の社会貢献を目指して

現代社会におけるシステムは、大規模化・多様化・複雑化の一途をたどっており、また多くの不確定性・モデル変動を内包している。また、それらのモデル変数の多くはデジタル化され、そこから生じる情報の欠落を如何に補うかが常に問題となっている。これらの運用にはこのような不確定性を吸収し得るような制御システム、またそれらに適したモデル化、さらにはデジタルシステムにおける情報復元とそれに基づいたシステム設計が不可欠である。このような観点から、山本裕教授のグループでは、ダイナミカルシステム理論および制御理論に基づいたシステムの研究を工学的側面から行っている。研究においては

- (1) 既存の枠組の中での研究にとどまらない新しい問題の理論的枠組の創造,
- (2) 最新の数学の緒結果の積極的な取り入れ,
- (3) ロバスト制御理論・サンプル値制御理論の枠組を従来の範疇を越えたデジタル信号処理やネットワーク制御など, 対象を拡大することによって新しい工学のあり方を模索,
- (4) 理論的課題の研究と同時に実システムによる検証,

を基本理念とし この理念に沿って理工学融合の人材育成も進めている。

2. 具体的な研究内容

2.1 研究概要

サンプル値制御理論およびそのデジタル信号処理への応用、無限次元システムの制御理論、ロバスト制御理論およびその実システムへの応用、制御系設計 CAD 等のテーマについて、個人研究あるいは分野内外（外国を含む）との研究者との少人数共同研究を行なっている。各自の研究内容は以下の通りである。

- 山本 裕 (教授) サンプル値制御理論とそのデジタル信号処理への応用、無限次元システムの制御理論
- 藤岡 久也 (准教授) サンプル値制御理論とその実システムへの応用、制御系設計 CAD
- 永原 正章 (助教) サンプル値制御理論とそのデジタル信号処理への応用

2.2 平成 15 年度から平成 19 年度の主な成果

(1) サンプル値制御理論のデジタル信号処理への応用

具体的な研究成果としては、サンプル値制御理論に基づく音声復元が第 1 に挙げられる。ここでは、従来のサンプル値制御の手法をさらに推進し、従来の手法とは全く異なるデジタル信号処理の手法 — 具体的には

- ナイキスト周波数以上を補間し得る DA コンバータや
- マルチレートフィルタバンク設計
- 音響信号圧縮
- その静止画および動画処理への応用

などを展開し、学問的のみならず具体的な社会貢献として成果を挙げている。

すでに圧縮音源からの原音源復元については、日本経済新聞にも取り上げられ世間から高い評価を受けたが、MD プレーヤ、携帯音楽プレーヤ、携帯電話などに使われる音声処理用 LSI として製品化され、これまでに 200 万石を超える台数が出荷されている。

(2) サンプル値制御理論およびロバスト制御理論

理論面の研究では、ロバスト制御とその応用に重点をおいた。具体的な成果は、

- (1) むだ時間系を含む広いクラスの無限次元システムに対して H^∞ 制御問題の解を与えたことと、
- (2) サンプル間隔が時変不確定なサンプル値制御系の安定性解析手法を導出したこと
- (3) さまざまな更新型数値解析手法に対して、線形システム理論が効果的な枠組みを提供し、その安定性解析に有効であることを示したこと
- (4) 線形連続時間のビヘイビアに対し、安定有理関数の環における表現論を展開した

などである。

最初の成果は、博士課程院生によって得られたものである。むだ時間系の H^∞ 制御においてはこれまで多くの研究がなされているものの、その多くは現実には制御器を求める計算には適さないものであったが、本研究においては skew-Toeplitz 解法というものを推し進めることによって、有限の行列のランク（階数）判定条件に帰着されることが知られてきている。これらの解は従来は多くの前処理を経た後に得られるものであった。ことに2ブロック問題と呼ばれる実用的にも重要な問題ではことさらにそうであり、結果も1ブロック問題における簡明さを持ち得ていなかった。今般、当研究室における一連の研究により、むだ時間系を含む一般な無限次元系に対し、簡明な2本のリカッチ方程式の解を用いることにより、前処理が殆どなく、かつ従来の1ブロック問題の解と同様の非常に簡明かつ美しい結果が成り立つことが明らかにされた。この結果はすでに IEEE や IFAC などの国際会議において発表され、当該分野の世界の専門家のからも極めて高い評価を得ている。またその一部はすでに海外の一流学術誌に掲載されているが、同時にその集大成が IEEE の Transactions に投稿し、掲載が決定したところである。

第2の成果は、情報ネットワークを介した制御系や完全でないリアルタイム OS を用いた組込み制御系などの安定性解析手法を与えるものである。本研究においては、安定性解析問題をロバスト安定性解析問題に帰着する手法を2つ提案した。1つは連続時間問題に帰着する手法であり、既存の手法がゲインのみを用いていたのに対して位相にも着目したもので、IFAC の国際会議で報告し、また学術雑誌に投稿し評価を待っている。もう1つは離散時間問題に帰着するまったく新しい手法であり、線形行列不等式を用いた安定性判別アルゴリズムを提案した。この成果は、予備的な結果の国内学術雑誌への掲載が決定しており、また国際会議に投稿し評価を待っている。

また3番目の成果は、システム理論の広範な応用可能性を示すもので、その基本原理である内部モデル原理が線形方程式の更新則や Newton 法の基礎原理となっていること、また線形行列不等式による解法が、Runge-Kutta 型公式の安定性を保証する公式を得るのに効果的であることを示している。この結果は Automatica 誌に掲載が決定している。

第4の成果は、COE プログラムにより京都大学に招聘した Jan C. Willems 教授（2006年11月1～19日）との共同研究により結実した成果である。これまではビヘイビア理論は多項式環において展開されてきたが、有理関数環における表現の理論は得られていなかった。この理論により安定化補償器のパラメトリゼーションなどとの整合性が進展するものと期待される。

(3) MTNS 2006

さて、本 COE プログラムの援助を受け、山本裕教授を実行委員長として第17回回路網とシステムの数学理論に関する国際会議 (The 17th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems; 略称 MTNS2006: <http://www-ics.acs.i.kyoto-u.ac.jp/mtns2006/>) が国立京都国際会館で開催された（2006年7月24日から28日）。本国際会議は、数学者とシステムやネットワークをはじめとする工学系の研究者が、その数学的理論について共同で研究発表を行う世界でも珍しいユニークな方向性を有する国際会議である。さらに、この会議は一定の財団や学会の支援を得ない独自の運営を行っているにもかかわらず、過去35年に渡って発展し続け、現在では400人を超える参加者を有し、また制御理論等において世界最先端の研究成果が最初に公表されてきた、まさに理学と工学の理想的な融合を実現してきた価値のある学会でもある。COE の援助に対して深く謝意を表する次第である。